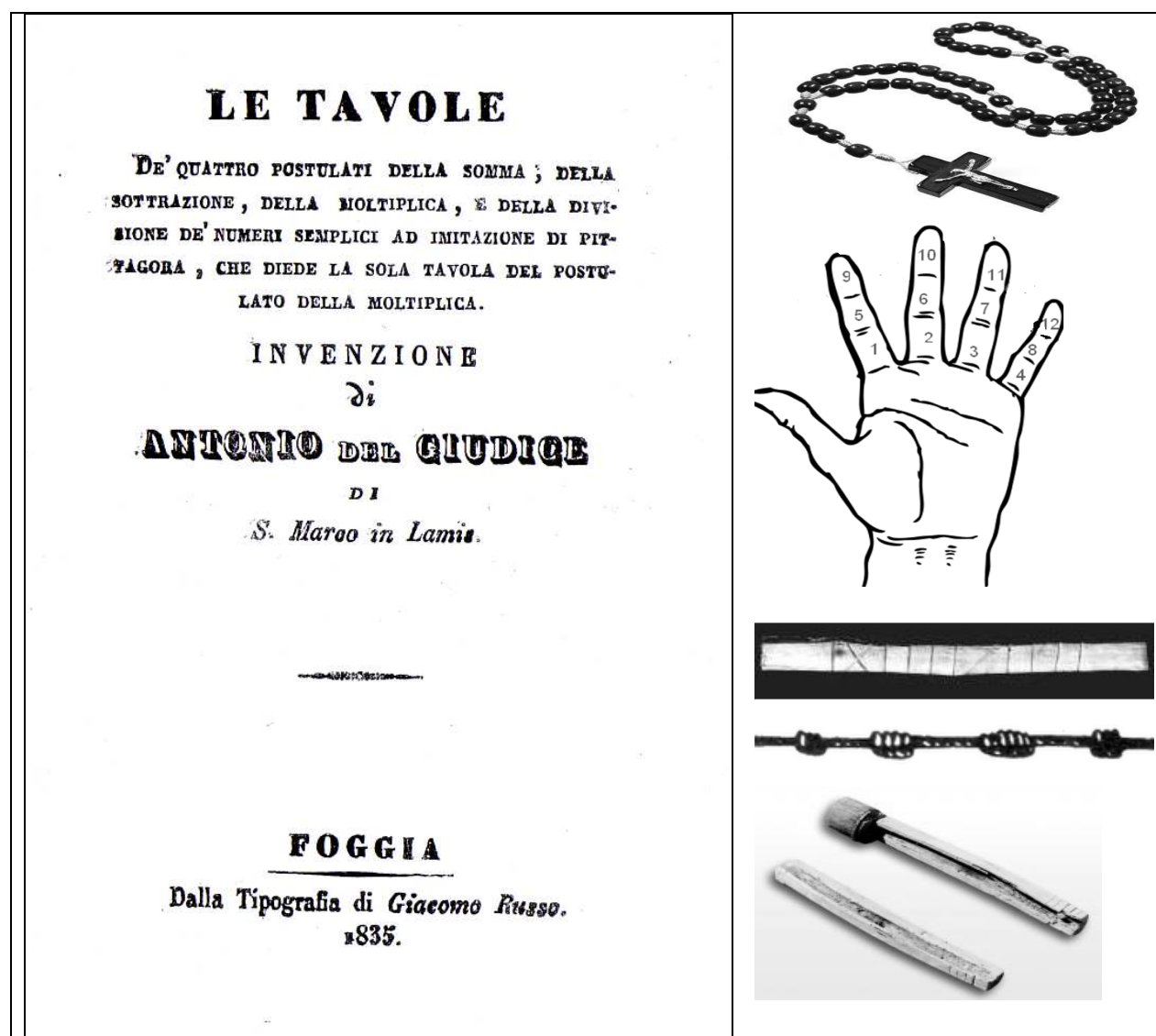


Gabriele Tardio

I calcoli matematici in modo semplice a San Marco in Lamis



Edizioni SMIL

Testi di storia e tradizioni popolari

106

In copertina:

-“Le tavole de’ postulati della somma, della sottrazione, della moltiplica, e della divisione ... invenzione di Antonio Del Giudice di S. Marco in Lamis”, Foggia, 1835-

-corona del rosario;

-dita della mano per contare con base 10 e/o 12;

-bastone inciso;

-nodi da conteggio;

-fusto di ferula per conteggio.

edizioni SMiL - Via Sannicandro 26 - San Marco in Lamis (Foggia)- Tel 0882 818079

settembre 2011

Edizione non commerciabile, vietata qualsiasi forma di vendita.

Edizione non cartacea ma solo in formato pdf, solo per biblioteche e ricercatori.

Non avendo nessun fine di lucro la riproduzione e la divulgazione, in qualsiasi forma, é autorizzata citando la fonte.

Le edizioni SMiL divulgano le ricerche gratis perche la cultura non ha prezzo.

Le edizioni SMiL non ricevono nessun tipo di contributo da enti pubblici e privati.

Non vogliamo essere “schiavi di nessun tipo di potere”, la liberta costa cara e va conservata.

La ricerca serve per stimolare altre ricerche, altro sapere, altre conoscenze, per costruire ponti nel dialogo tra le genti e tra i popoli.

Chi vuole “arricchirci” ci dia parte del suo sapere, addizionando reciprocamente il sapere rendendo $1+1$ uguale a 11.

SMiL 2011

Mettendo un po' di ordine in alcune mie cartelle ho trovato una serie di appunti sui sistemi di far conto a San Marco in Lamis tratti da diversi fogli che avevo scritto circa trent'anni fa nel periodo che feci il collaboratore tecnico, poco dopo essermi iscritto all'albo di periti agrari, con l'agronomo Luigi Scarano. Lui è stata una fonte molto grande di informazioni su alcune vecchie tecniche agricole e su alcune antiche costumanze dei nostri agricoltori. In questa piccola ricerca c'è anche molto di suo. Un ringraziamento particolare va a mio fratello Massimo che mi ha fornito una fotocopia di un libretto scritto da Del Giudice Antonio nel 1835, è l'unica copia attualmente disponibile. Un ringraziamento va anche a tanti anziani che hanno dato informazioni varie, e mi hanno permesso di consultare alcuni loro vecchi libretti e hanno condiviso vecchi ricordi.

Questo non è un trattato di matematica, ma è solo una piccola esposizione di materiale archivistico e di ricordi sui vari semplici sistemi per far di conto.

Nell'ottocento solo alcuni sapevano scrivere e far di conto, si stima che il 80% della popolazione fosse analfabeta. E una percentuale molto alta non sapeva contare fino a tre, nel senso che l'ignoranza era tanta che non avevano la concezione della successione logica e quindi non riuscivano a capire che si poteva contare, al massimo esisteva poco o molto, "nu poche, nu mare".

Data questa grande ignoranza molti erano soggetti a chi sapeva un pochettino, ma molti contadini avevano il *cervello fino*, anche se lavorava la terra con le mani, il coltivatore aveva una sua intelligenza e saggezza con cui affrontava tutte le difficoltà del suo mestiere, e pertanto non deve essere sottovalutato o disprezzato.

Molti non sapendo leggere dovevano industriarsi e adattarsi a risolvere i loro piccoli e grandi problemi. Ricordo Giovanni Guida, il 'guardiano' delle campagne di famiglia che essendo nato nell'ottocento aveva partecipato alla prima guerra mondiale, si vantava di saper fare l'area del cerchio anche se aveva fatto solo fino alla seconda elementare, mentre c'è una donna anziana che non sapendo leggere e scrivere per telefonare e fare i numeri telefonici usa una rubrica molto particolare: ha un disegno di riferimento e il numero telefonico, il mio numero telefonico è abbinato ad un paio di sandali, lei vede i sandali e li associa a me poi controlla sulla tastiera i numeri che sono simili e li digita e il gioco è fatto. Non pensate che riuscirete a fare "fessi" questi che non sanno scrivere e far di conti, hanno una intelligenza semplice ma acuta.

Mi ero ripromesso di fare una piccola ricerca su come fa chi non sa leggere i numeri ma riesca a giocare *all'oca* e al *gioco della tombola*. Ho cominciato a raccogliere informazioni ma non è semplice, ma spero di riuscirci e realizzare un bel tabellone del gioco dell'oca e un tabellone e le cartelle della tombola alla maniera sammarchese abbinando a ogni numero una parola con un disegno espressivo (1 Italia, 4 la seggetèdda, 6 la serpetèdda, 7 li zappetèdde, 8 li scascavadde, ...). Un'altra ricerca che sto cercando di abbozzare è quella sui sistemi di gioco che si facevano nelle cantine, spero di finire ma purtroppo molti testimoni stanno morendo e si sta assottigliando il numero degli informatori.

In appendice si riportano alcune pagine di alcuni libretti di "Conti fatti" e "Le tavole de' postulati della somma, della sottrazione, della moltiplica, e della divisione ... invenzione di Antonio Del Giudice di S. Marco in Lamis", Foggia, dalla tipografia di Giovanni Russo, 1835, conservato presso "D'Angelo's House (Fondazione Pascal D'Angelo e Centro Studi Pascal D'Angelo)" Introdacqua (AQ). Non sono voluto entrare nel merito se il Del Giudice ha elaborato un suo 'progetto' o ha copiato da altri, se il fascicolo comprendeva altri fogli oppure è integro.

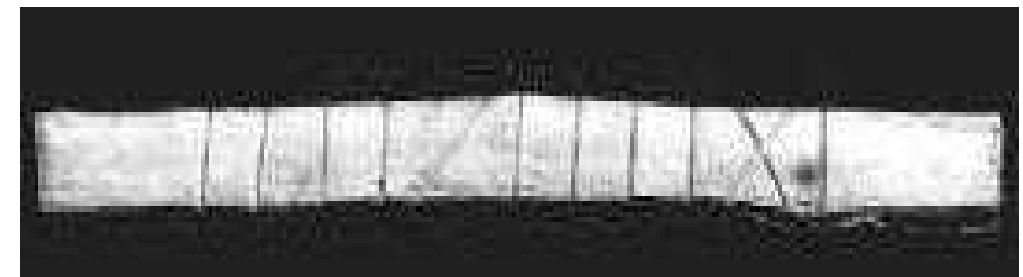
Ho voluto solo mettere insieme una serie di appunti su questo delicato campo che ha bisogno di ulteriore studio. A te amico sammarchese continua la ricerca.

Contare senza numeri

Come facevano i sammarchesi analfabeti a gestire l'allevamento di animali, ad esempio con la necessità di verificare che un gregge portato al pascolo rientrasse al completo, o l'agricoltura con la necessità di una forma di "calendario", del conteggio delle "lune" per sapere quando è tempo di seminare o di eseguire altre operazioni agricole, oppure con l'inizio di una pur semplice economia di scambio, che prevedesse baratti di qualche tipo?

Come può ad esempio un allevatore controllare che il suo gregge di 35 pecore o capre è tornato intatto all'ovile dal pascolo? *Lu crapare* prende un bastone e quando fa uscire i suoi ovini o caprini dall'ovile, fa una tacca sul bastone per ogni animale che esce. Al ritorno dovrà solo scorrere con un dito le tacche del bastone, una per ogni animale che rientra, e verificare così di averne quante erano alla partenza. Certo, questo non gli dava la possibilità di dire "quanti" animali ha, ma questa procedura risolve il suo problema. Questa "pratica dell'intaglio" è stata in uso presso i nostri pastori fino in tempi relativamente recenti e fino ad alcuni decenni fa era facile vedere alcuni bastoni di pastori con le tacche segnate. In alcuni casi usava anche un mucchietto di sassi (sempre uno per ogni animale).

La cosa fondamentale era quella di realizzare una *corrispondenza biunivoca* fra animali e tacche sul bastone.



bastone con tacche

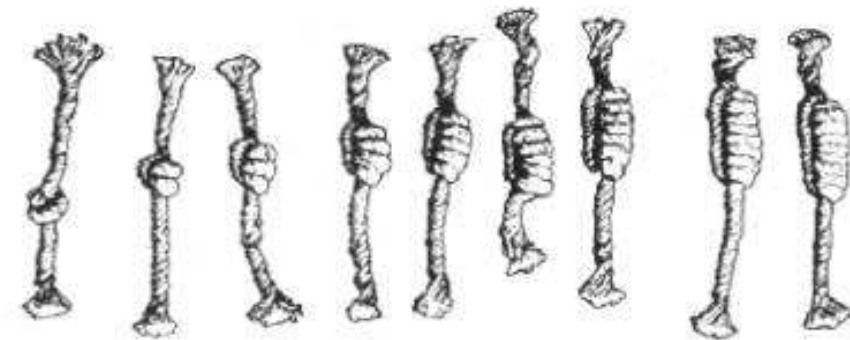


tagghie su due segmento di ferula

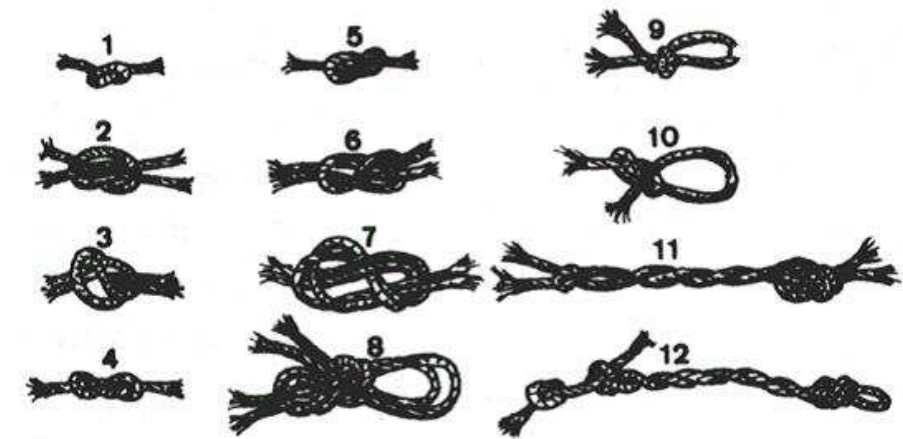
Un segmento di ferula, spaccato nel senso della lunghezza, memorizzava i debiti contratti con un negoziante mediante segni incisi contemporaneamente sulle due parti, *i tagghie*. Stesso sistema era usato da braccianti salariati stagionali per verificare le giornate lavorative effettivamente effettuate. Una sezione era conservata dal padrone e una dall'operaio, ogni sera venivano legate insieme e veniva fatto un taglio a tacca in modo che dovevano combaciare i tagli. Da ciò il detto: *Faceme i cunde e spezzàme i tagghie* (facciamo i conti e spezziamo le ferule).

Per i suoi appunti l'agricoltore usava le pareti dei muri oppure i bastoni di legno segnandoli con tratti di linee con carbone oppure con tacche incise allo scopo di registrare il numero dei capi di bestiame, la quantità dei raccolti, gli oggetti e gli utensili che facevano parte della sua dimora, le lune trascorse ... La corda annodata, in cui ogni tipo di nodo ha un preciso valore numerico, è forse la più antica evoluzione di questi strumenti.

In una economia povera dove si usava il baratto e se non si sapevano fare i conti e si volevano scambiare due sacchi contro un secchio, lo scambio avveniva in modo semplice. Si consegnavano i secchi uno ad uno, ed in cambio di ognuno riceveranno i due sacchi pattuiti, fino all'esaurimento della merce. Nessuno dei partecipanti allo scambio sapeva dire "quanti" oggetti erano stati dati e quanti ricevuti (i 21 secchi di grano ed i 42 sacchi di castagne), ma ognuno era sicuro che lo scambio era stato equo. Alcuni antichi agricoltori registravano il numero dei sacchi di grano oppure dei manocchi, delle barette o altro attraverso l'uso di un sistema di cordicelle. Attraverso questo strumento riuscivano a registrare i dati, eseguire addizioni e controllare i depositi.¹ Li "zecedde" erano un fascio di cordicelle sottili: tre nodi su una sola cordicella del fascio indicavano 3 unità, tre nodi su due cordicelle simboleggiano invece 3 decine, cinque nodi su tre cordicelle rappresentano 5 centinaia e così via. I vari nodi si trovano a diversi livelli ma il numero di cordicelle sulle quali si eseguono i nodi mostrano con maggiore chiarezza l'ordine decimale corrispondente. Un sistema di cordicelle a nodi era usato fino agli inizi del '900 presso alcuni mugnai tedeschi, che usavano tale sistema per registrare i commerci di grano nelle transazioni con i fornai delle città e della campagna.



¹ L'impiego delle cordicelle a nodi si rinviene in epoche e località diverse, specialmente in Grecia e in Persia nel I millennio a.C.. Lo storico greco Erodoto (485-425 a.C.) racconta che il re di Persia Dario I (522-486 a.C.), durante una spedizione contro un gruppo di cavalieri sciti, affidò agli alleati greci la guardia di un ponte di importanza strategica per le sue retrovie e, prima di lasciarli, rimise loro una corda con sessanta nodi, impartendo loro di disfarne uno al giorno e aggiungendo che se non fosse tornato quando loro avrebbero sciolto l'ultimo nodo, dovevano reimbarcarsi e rientrare in patria. La stessa tecnica, poi, si rinviene in Palestina, nel II secolo dell'era cristiana, allora sotto dominazione romana. I *pubblicani*, gli esatto di imposte, usavano come registro un grosso cavo (certamente formato dall'insieme di alcune corde). Anche la ricevuta data al contribuente, poi, era una cordicella annodata in modo particolare. Sistemi simili di verifica di contabilità e di archivi furono usati in Cina per lungo tempo. Secondo la tradizione cinese, pare che il personaggio semilegendario di Sheng Nong, uno dei tre imperatori che si dice abbiano posto le basi della civiltà cinese, avrebbe elaborato un metodo di contabilità con cordicelle annodate e introdotto questa pratica di far di conto e di registrazione degli avvenimenti. La medesima pratica era usata nelle isole Caroline (vicino a Tahiti); nelle Hawaii; in Africa occidentale presso gli yebu, un popolo della Nigeria; presso diverse tribù dei nativi dell'America del Nord. Ancora, in alcuni villaggi dell'India abitati da analfabeti, il censimento della popolazione nel 1872 è stato fatto distribuendo ad ogni famiglia quattro cordicelle di colori diversi. Sulla cordicella nera andavano fatti tanti nodi quanti erano gli adulti maschi della famiglia, su una rossa venivano registrate le donne adulte, su una bianca i ragazzi e su una gialla le ragazze: il sistema delle cordicelle a nodi era quindi un metodo popolare ben noto a coloro che non sapevano scrivere.



Uso di cordicelle a nodi presso i mugnai tedeschi (è riportato il metodo usato a Baden)

Lo stesso sistema è costituito da diversi rituali religiosi, nei quali è prescritto il dovere di compiere un certo numero di riti, come il fare tre giri attorno il santuario, visitare sette altari, il recitare un certo numero di preghiere, il fedele non ha bisogno di saper contare se è munito di uno strumento adatto: un rosario.² Per enunciare i 99 attributi di Allah o per recitare le 100 eulogie obbligatorie dopo la preghiera, i mussulmani usano dei rosari di 99+1 perle (una perla più grossa rappresenta il "vero nome di Dio"), il rosario musulmano ha in realtà diversi nomi a seconda dei vari dialetti dell'arabo o delle varie lingue dei paesi in cui viene usato: Tasbeeh o Tespìh, Misbaha, Sebha o Subha.

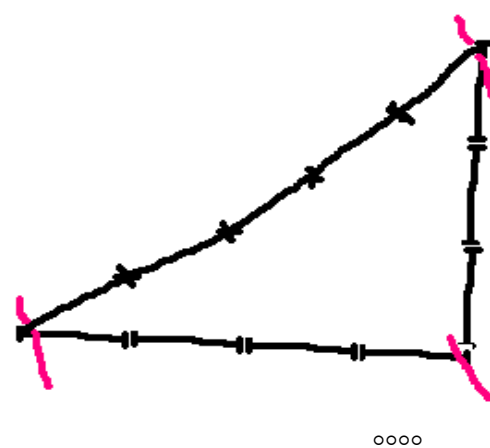


Un rosario cristiano (a sinistra) e una collana di grani di preghiera islamica (a destra). Usate per recitare un certo numero fissato di preghiere, queste collane hanno tutte il medesimo principio: il fedele le "sgrana" con le mani enunciando per ogni grano la preghiera dovuta. Non c'è così bisogno di saper contare.

Lo stesso ruolo è da attribuire al rosario a nodi (oppure al rosario a grani o a bastoncini intagliati) comune a molte religioni per indicare il numero e il tipo di preghiera. L'uso è diffuso presso i monaci tibetani che nelle loro preghiere rituali contano le cento otto unità (il numero 108 è considerato sacro), usando un fascio di 108 nodi (o un collare di 108 grani), il cui colore varia secondo le divinità invocate. Lo stesso genere di pratica, era ancora usuale, fino a non molti anni fa, presso certi popoli siberiani: vogali, ostriachi, tungusi, iacuti, ecc. Vi è poi una usanza particolare nella religione ebraica. In osservanza letterale della regola, ogni israelita maschio, durante la preghiera del mattino, è tenuto a sistemarsi intorno al capo e la braccio sinistro delle bende dette *tefilim* e a portare intorno alle spalle una frangia detta *tsitsit*. Tra i fili che pendono dalla frangia per la preghiera, i quattro cordoni estremi sono muniti di nodi in numero fisso, 26 nella tradizione *sefardita* e 39 nella tradizione *ashkenazita*. Pregando, i giudei portano addosso di volta in volta il valore numerico del nome di Dio o quello dell'espressione ebraica che indica l'unicità di Dio: il 26 infatti corrisponde al valore numerico di *YHWH* o *Yahwé*, e 39 a quello dell'espressione *YHWH éhad* («Yahwé è il solo»).

² I rosari sono delle varie forme e numero di grani, solo per citarne alcuni: Corona del rosario dieci o cinquanta grani, Corona devozionale 33 grani, Corona devozionale Angelica, Corona devozionale Cento Requiem, Corona devozionale Cinque Piaghe di Gesù, Corona devozionale dell'Addolorata, Corona devozionale Francescana, Corona devozionale sette Pater Ave Gloria, Corona devozionale Spirito Santo, Corona dei Paternostri.

Un sistema che si usava per costruire un angolo retto o fare uno squadro, necessario per fare delle linee a 90° o per costruire edifici, mobili e oggetti di ogni tipo, si realizzava un triangolo con i lati che misuravano 3, 4 e 5. Per fare ciò si tendeva una corda con 12 nodi posti alla stessa distanza l'uno dall'altro.



Negli statuti comunali di San Marco in Lamis del 1490 viene previsto:

“A nissuna persona sia lecito nella corte di decta Università di Santo Marco in Lamis giuocare ad alcuno giuoco di dadi che denari ne vada, excepto che a tavole, pena per ciaschedununo che contrafacesse per ciascheduna volta, et radoppisi la pena per chi giuocasse nel trono; sia punito chi per alcuno modo riceptasse o chi a decti giuocatori prestasse dadi, tavolieri, tavolaccio o altro instrumento co quale o in sul quale a' decti giuochi vetati si giuocasse.”

Il gioco quattrocentesco dei dadi come era fatto? E il gioco a tavole cosa si intendeva?

Non sappiamo se i dadi avevano 6 facce con il sistema dei numeri o punti oppure era fatto a disegni, oppure erano gli aliossi o astragali con quattro facce.³

Gli astragali (se ne utilizzavano quattro) avevano quattro facce utili, su ciascuna delle quali era dipinta una figura. Ad ogni lancio era attribuito un nome e un punteggio, secondo la combinazione di immagini risultante. Il "cane" era la combinazione più sfortunata; la più fortunata, invece, era detta "Venere" (quella che presentava raffigurazioni tutte differenti).

Di dadi, invece, ne servivano due o tre, con sei facce utili ciascuno, ognuna delle quali segnata in modo che le due opposte totalizzassero sempre il numero sette.

Le fonti sia romane che medioevali parlano anche di alcuni giochi, molto apprezzati e diffusi, da tavola o scacchiere, sul quale si muovevano pedine (di diverse fogge e colori) all'interno di un percorso variamente tracciato, con o senza l'uso dei dadi. Nonostante si trattasse di giochi basati più sull'intelligenza e il calcolo che sulla sorte, potevano essere anch'essi interessati da scommesse, trasformandosi, così, in giochi d'azzardo a tutti gli effetti. Di questi giochi si conoscono i nomi e alcune regole. Nel "filetto" (che utilizzava tavolieri su cui erano tracciati tre quadrati concentrici, i cui lati erano bisecati da linee a loro perpendicolari) ciascuno dei due giocatori aveva nove pedine e doveva cercare di realizzare appunto filetto, cioè di metterne tre in fila, impedendo all'avversario di fare altrettanto. Molto diffusi erano anche il gioco delle "dodici linee" (richiamava il *backgammon* inglese o la nostra "tavola reale") e quello delle fossette (simile, forse, al filetto: le tavole al posto delle linee presentavano un numero variabile di fossette disposte in diversi modi). Del gioco dei *latrunculi* non si conosce molto. *Latrunculi* erano le pedine (diverse per forma e colore per ciascun giocatore); successivamente, quando il termine assunse il significato negativo di "ladro" (originariamente era "mercenario"), le pedine vennero denominate *mandrae* (quelle semplici) e *militēs* o *bellatores* (gli ufficiali, probabilmente con funzioni diverse). Si trattava di un gioco di alta strategia,

³ Gli aliossi è un gioco che risale all'antichità e ormai poco diffuso, che usa ossicini di pecora o di montone. Si dice «giocare agli aliossi». In greco antico si chiamava astragalo (ἀστρογάλλος): il nome deriva dal fatto che per giocarvi si utilizzavano quattro dadi a quattro facce ricavati dagli astragali dei succitati animali. Ogni faccia possedeva un proprio valore (1, 3, 4 o 6).

basato sull'intelligenza e paragonato dagli antichi a una battaglia campale: la scacchiera, infatti, fungeva da campo per lo scontro. Essa era quadrata, composta da sessantaquattro caselle e ciascun giocatore disponeva di sedici pedine a testa. Il gioco presentava analogie con gli scacchi (di cui per alcuni era l'antenato). Il gioco doveva consistere nel "mangiare" le pedine avversarie.

Il gioco con le carte era diffuso, ma al momento non è dato capire quale era il gioco più diffuso, sicuramente venivano usate le carte di tipo napoletane in numero di 40. La *Briscola* doveva essere molto popolare, forse importato dagli spagnoli o dai francesi alla fine del cinquecento; tuttavia da allora ha subito variazioni così profonde da poter essere considerato un gioco di origine prettamente italiana. La *Briscola* si gioca con un mazzo di 40 carte. I punti disponibili per ogni gioco sono in totale 120, vince chi ne realizza almeno 61; se i punti sono 60 per entrambi i giocatori o coppie la partita è pari. I valori di presa sono nell'ordine decrescente: Asso, 3, Re, Cavallo o Donna, Fante, mentre i numeri 7, 6, 5, 4 e 2 non hanno valore. Forse proprio questo fatto ha dato una più diffusione perché non bisognava fare calcoli matematici ma solo considerare le figure.

Il gioco della morra consiste nell'indovinare la somma dei numeri che vengono mostrati con le dita dai giocatori. Simultaneamente i due giocatori tendono il braccio mostrando il pugno oppure stendendo un numero di dita a scelta, mentre gridano un numero da 2 a 10 (la morra). Il giocatore che indovina la somma conquista il punto e, nel caso di gioco a squadre, mantiene la mano e dovrà combattere con l'altro giocatore della squadra concorrente e così via. Se entrambi i giocatori indovinano la somma il gioco continua e nessuno guadagna il punto. Il gioco finisce quando si raggiunge il punteggio deciso a priori.

oooo

Una base numerica importante era la base 12 che poi sviluppa anche il sistema di numerazione sessagesimale.⁴ Essa è stata molto diffusa tra i nostri contadini, per questo era molto comune contare a dozzine e non a decine. Questo sistema di numerazione era usata da Sumeri e Assiro-babilonesi come misura per le lunghezze, le superfici, i volumi e le capacità. In questo contesto la durata della giornata era suddivisa in 12 periodi detti *danna* di 2 ore ciascuno, per i romani l'asse, unità di misura di peso e moneta, era divisa in 12 oncie. L'origine della base 12 era nel numero delle falangi (3 per ogni dito) computabili utilizzando il pollice come cursore (3×4=12).

⁴ Il sistema di numerazione sessagesimale, in base 60, si ha quanto una qualunque unità rappresenta 60 unità di ordine inferiore. Il sistema sessagesimale (derivante dall'uso di contare fino a 12 con una mano e poi cinque dozzine con le dita dell'altra mano, potendo contare così, con le due mani, fino a 12 × 5 = 60) si usa tuttora per le misure di tempo, in cui l'ora è divisa in 60 minuti e ciascuno di questi ultimi è diviso in 60 secondi, e per le misure degli angoli: grado sessagesimale è l'angolo, che si indica con 1°, pari alla novantesima parte di un angolo retto e diviso in 60 primi, ciascuno dei quali è a sua volta diviso in 60 secondi; quando non vi è luogo ad equivoco con le corrispondenti unità centesimali, la qualifica di sessagesimale è normalmente omessa. Nella vita quotidiana noi usiamo diverse basi di numerazione: base 10 (per i conti ordinari), base 60 (per gli angoli e per il tempo), base 12 (per le ore e per altre piccole cose restano nell'uso come la dozzina di uova). La base 60 si ha nelle misure legate ai cicli astronomici, il tempo legato all'anno che gli egiziani ed i sumeri sapevano essere di 360 giorni (basandosi su un cerchio zodiacale) ed al mese lunare che ancora sapevano essere di 30 giorni, era misurato mediante l'ombra che un bastone, piantato verticalmente al suolo (uno *gnomone*), proiettava sul terreno. E così l'area descritta dall'ombra in un giorno veniva suddivisa in un certo numero di angoli uguali tra loro (360) e che fossero aliquote dell'intero angolo giro. La scelta di dividere il cerchio in 360° non è casuale ma corrisponde all'incirca proprio al numero dei giorni dell'anno solare, di modo che, un grado rappresenta il percorso angolare apparente del sole sul cerchio dell'eclittica in un giorno. Allo stesso modo, riferendosi alla rotazione terrestre, si può dividere un cerchio in 24 ore e misurare gli angoli in ore, minuti e secondi orari, come si fa appunto in astronomia. L'aritmetica babilonese, che faceva uso di un sistema posizionale sessagesimale, rese certe operazioni, quali la moltiplicazione e la divisione, più semplici di quelle egizie. La base babilonese 60 è ancora usata per misurare il tempo e per misurare l'ampiezza degli angoli. I Babilonesi superarono gli Egizi anche nell'uso dell'algebra. Tavole cuneiformi del periodo di Hammurabi (c. 1950 a.C.) testimoniano una notevole abilità nel risolvere anche equazioni di secondo grado e equazioni semplici di terzo grado. Le tavolette cuneiformi del periodo più tardo (dal 600 a.C. al 300 d.C. circa) riflettono anche le capacità algebrico-aritmetiche dei Babilonesi e mostrano i progressi da loro fatti nell'applicare la matematica all'astronomia. Per facilitare i loro complicati calcoli, prepararono tavole per la moltiplicazione, i reciproci e le radici quadrate, e tavole per risolvere certi fondamentali tipi di equazioni.

Dodici sono le falangi delle quattro dita lunghe della mano e la dozzina viene dall'uso di contare toccandole, in un certo ordine, con la punta del pollice. E le tecniche di calcolo sulle dita hanno raggiunto in passato livelli assai elevati. La ragione è dovuta al fatto che un sistema numerico con base 12 ha un numero maggiore di divisori interi rispetto ad uno in base 10; infatti un sistema in base 10 ha solo l'unità, il 2, il 5 ed il 10; mentre il 12 può essere diviso per 1, 2, 3, 4, 6 e 12; questo tornava utile soprattutto nell'uso monetario, quando per esempio era necessario dividere delle somme tra più persone, i divisori 3 e 4 sono molto più comuni del 5.

La base 12 è presente ancora in diversi paesi orientali.

I vecchi agricoltori mi hanno spiegato che aprendo la mano destra, e si considera il pollice non come un possibile numero ma come contatore. Spostando il pollice successivamente sulle falangi, falangine e falangette del mignolo si conta fino a 3; ripetendo ciò per l'anulare si arriva a 6; ripetendolo per le altre due dita si arriva a 12. Utilizzando cioè una mano sola si conta fino a 12, di più che con le dita delle due mani. Con l'altra mano inizialmente chiusa a pugno si aumentano i conti, ogni volta che si è contato 12, si solleva un dito della seconda mano. Quando sono sollevate le cinque dita dell'altra mano si è arrivati a 60. Ho conosciuto contadini e persone anziane che contavano ancora con questo sistema descritto. E, se usano il sistema decimale, lo fanno contando a partire dal mignolo.⁵

Ci viene da pensare che il nostro attuale sistema di numerazione decimale derivi dal fatto di avere cinque dita e due mani. Ma le culture medio-orientali, i greci, i romani, i bizantini, hanno usato anche il sistema duo-decimale ossia base 12. Dai Sumeri è rimasto in vigore per millenni ed arrivato fino ai giorni nostri con i termini dozzina, servizio da 12, i 12 mesi dell'anno e via dicendo. Pesì e Monete sono stati valorizzati e quantizzati in base 12 fino a pochi anni fa.

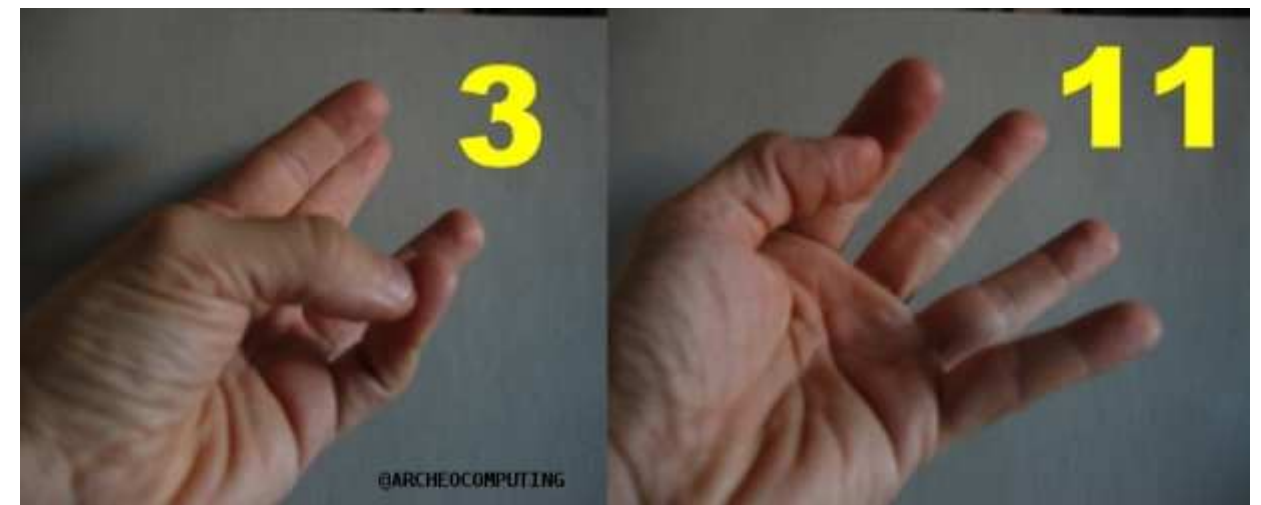
Si tratta del conto di 3 x 4 falangi della mano meno il pollice (quelle del pollice sono evidentemente escluse dal computo perché è proprio con tale dito che si effettua l'operazione). La ripetizione del procedimento sull'altra mano permette ovviamente di contare fino a 24.

Una variante del sistema precedente consiste nel considerare la serie regolare dei numeri da 1 a 12 su una mano e quella da 1 a 60 su entrambe (in luogo della successione degli interi da 1 a 24). Il procedimento si pratica come segue: si contano le prime dodici unità sulle falangi della mano destra aiutandosi col pollice contrapposto; poi, raggiunta la dozzina, si ripiega sulla mano sinistra un primo dito. Indi si ritorna alla mano destra e si conta da 13 a 24, ripetendo il conteggio delle falangi col pollice contrapposto. Raggiunto il 24, si ripiega un secondo dito sulla mano sinistra e si continua a contare fino a 36 sulla destra e così via fino a sessanta, allorché le 5 dita della mano sinistra sono tutte ripiegate.⁶

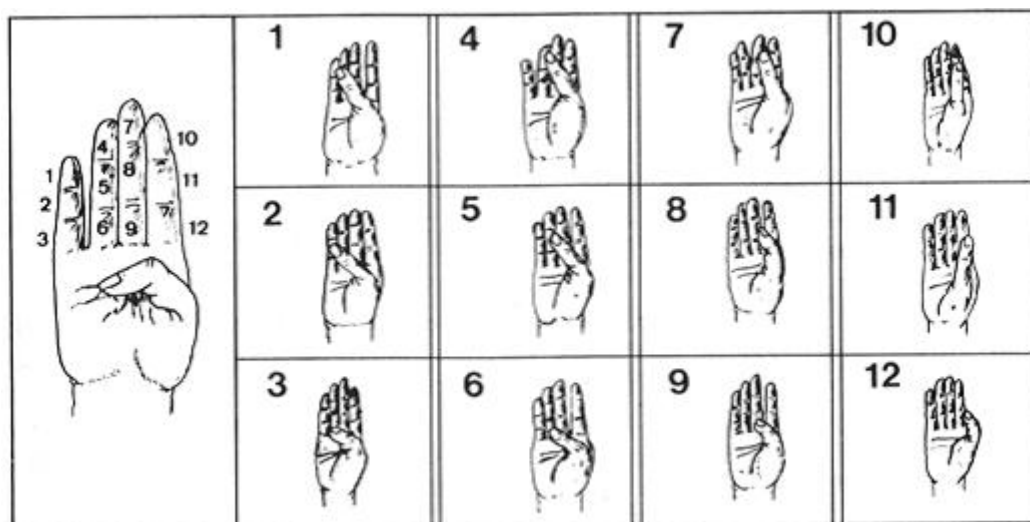
⁵ G. Tardio, *Calcoli matematici in modo semplice a San Marco in Lamis*, San Marco in Lamis, 2011.

⁶ "Come l'uomo ha imparato a contare. Storia delle notazioni numeriche nel corso dei secoli", tesi di laurea di Rossella Di Girolamo, relatore prof. Laura Citrini, anno accademico 2008/2009, Università degli studi di Milano, Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali, Corso di Laurea in Sicurezza dei Sistemi e delle Reti Informatiche. "Conti sulle falangi e sulle giunture delle dita- Accanto al computo manuale con le dieci dita esistono altri sistemi di conteggio manuale, egualmente antichi, che fanno intervenire non più le dita, ma le falangi o le articolazioni corrispondenti, e si ritrovano, ancora ai nostri giorni, in diversi paesi dell'Asia. Ecco, come primo esempio, una tecnica di conto che si constata abitualmente in India, in Indocina e nella Cina meridionale. In generale, in questo procedimento (che si pratica su ciascuna delle due mani con l'aiuto di un dito dell'altra), ogni falange della mano conta per una unità, cominciando dalla falange inferiore del mignolo per finire alla falange superiore del pollice. Un metodo di conto analogo al precedente ci viene riferito dal monaco anglosassone Beda detto il Venerabile (673-735) e riguarda specialmente i calcoli relativi all'anno solare. Tale computo manuale aveva lo scopo di determinare la data della Pasqua. Il conteggio considera sempre le 28 articolazioni (o falangi) delle due mani, ma procede in maniera diversa: si parte dall'articolazione superiore del mignolo sinistro e si conta orizzontalmente, serpeggiando dall'alto in basso. Arrivati a 12, dopo aver dunque considerato l'articolazione inferiore dell'indice sinistro, si prosegue continuando nell'identica maniera sulla mano destra, ma stavolta cominciando dall'articolazione superiore dell'indice destro (e non del mignolo). Infine, il conto degli ultimi quattro numeri si conclude sulle articolazioni dei due pollici (pollice sinistro, prima, poi pollice destro, partendo dalla corrispondente articolazione inferiore. Accanto a questo, poi, Beda indica anche un altro metodo che utilizza una sola mano (tipicamente, le 14 articolazioni della mano sinistra e le 5 unghie corrispondenti) e serve per contare i 19 anni del ciclo lunare. Un altro metodo basato sulle giunture delle dita della mano è stato usato per gran tempo nell'India nord-orientale e forse è ancora in uso ai giorni nostri nella provincia di Calcutta (Bengala) e nella regione di Dacca (Bangladesh). Il sistema fu segnalato in tali regioni da autori del Seicento e del Settecento. Per far di conto secondo questo metodo, ci si serve delle giunture delle dita, cominciando dall'articolazione inferiore del mignolo e arretrando verso il pollice, il cui grassello vale per una giuntura, cosicché la mano contiene il numero 15. È interessante notare, poi, che tale metodo consente di racchiudere in una mano il numero dei giorni del mese indù, ossia 15. Altri sistemi di conteggio analoghi a quelli già citati sono diffusi in quasi tutto l'Islam (tanto in Asia che nell'Africa del Nord). Ma, in queste regioni, essi corrispondono soprattutto a una

Agli antichi le dita servivano non solo per contare ma anche per far di calcolo, ossia per effettuare qualsiasi operazione aritmetica.



pratica religiosa, giacché i musulmani se ne servono principalmente per enunciare i novantanove «magnifici attributi di Allah» (secondo la tradizione, chi li conoscerà tutti entrerà in Paradiso), o anche per contare le lodi aggiuntive che si recitano dopo la preghiera obbligatoria. Il conto procede nel modo seguente: si toccano successivamente, su ogni mano, le giunture delle dita, convenendo di considerare il grassello di ogni pollice come un'articolazione. Cominciando dall'articolazione inferiore del mignolo sinistro, si procede verso l'alto, raggiungendo il numero 15 con la giuntura superiore del pollice sinistro, poi il 30 nello stesso modo sulla destra. Si continua il conto fino a 33, considerando le estremità rispettive dei mignoli, dell'anulare e del medio della destra, o anche ritornando alle tre giunture consecutive dell'indice destro. Ripetendo tre volte il procedimento, si raggiunge il 99. Questa pratica, che i musulmani impiegano ancora quando non hanno il rosario, è molto antica e probabilmente ne ha preceduto l'uso. Ancora, le ricerche sui procedimenti numerici manuali ci hanno rivelato l'esistenza, nei paesi d'Oriente e dell'Estremo Oriente, di un altro sistema di conteggio sulle falangi o articolazioni delle dita della mano, che permette di riassumere su una mano la sequenza dei numeri da 1 a 12. Il procedimento in questione sarebbe ancora consueto, ai giorni nostri, in India, in Indocina, in Pakistan, in Afghanistan, in Iran, in Turchia, in Irak, in Siria e in Egitto. Viene praticato sulle falangi (o talvolta sulle articolazioni) delle dita di una mano, con l'aiuto del pollice contrapposto. Per finire, citiamo una variante più estesa e matematicamente più interessante, del sistema di conto sulle articolazioni delle dita della mano, impiegato in Cina nel XIX secolo. In essa, ogni giuntura digitale soggiacente a ogni falange è suddivisa in tre parti: articolazione di sinistra, di centro e di destra. Ogni dito è allora associato a nove unità di un ordine decimale (ciascuno comprendente nove di queste suddivisioni): il mignolo alle prime nove, l'anulare alle decine, il medio alle centinaia e così di seguito, talché con una sola mano il sistema permette di contare fino a 100.000 e su le due fino a 10.000.000.000."



Conto duodecimale su una mano

Uno dei metodi rapidi che usavano per calcolare con le dita delle due mani il prodotto di due numeri tra 6, 7, 8, 9 era semplice. Come esempio calcoliamo il prodotto di $6 \times 9 = 54$. Con una mano si aprono tante dita quante sono le unità eccedenti il 5, in una mano un dito per il 6 e nell'altra mano quattro dita per il 9. Per ogni mano indichiamo con X le dita aperte e con y le dita chiuse. Si avrà allora la seguente situazione delle dita: mano sinistra: X yyy; mano destra: XXXX y. La regola afferma che il risultato cercato si ottiene aggiungendo alle decine, che sono tante quante sono le dita aperte, il prodotto dei due numeri che rappresentano le dita chiuse di ogni mano. Quindi poiché le dita aperte sono 5 e quelle chiuse sono 1 e 4 il risultato è $6 \times 9 = (10 \times 5) + (4 \times 1) = 50 + 4 = 54$. Per calcolare il prodotto $6 \times 7 = 42$. Se la mano sinistra rappresenta il 6 e la destra il 7, aprendo un dito per il 6 e due dita per il 7 si ha: mano sinistra: Xyyyy; mano destra: XX yyy. Applicando la regola si trova $6 \times 7 = (10 \times 3) + (4 \times 3) = 30 + 12 = 42$. Nello stesso modo, è anche possibile moltiplicare i numeri compresi fra 10 e 15. Si debba, per esempio, moltiplicare 14 per 13. a tal fine si piegano tante dita di una mano quante sono le unità supplementari fra 10 e 14 e tante dita dell'altra quante unità intercorrono fra 10 e 13. Il risultato si ottiene nel seguente modo: Si moltiplica per 10 la somma delle dita piegate: $10 \times (4 + 3)$; Si aggiunge il prodotto del numero delle dita piegate di una mano per il numero delle dita piegate dell'altra, vale a dire: 4×3 ; Si aggiunge al risultato così ottenuto il numero 100: $14 \times 13 = 10 \times (4 + 3) + 4 \times 3 + 100 = 182$

oooo

Le operazioni aritmetiche, nei tempi antichi, erano eseguite solo da poche persone, e cioè da coloro che erano riusciti a frequentare almeno alcuni periodi di scuola, imparando a leggere, a scrivere e a far di conto. Per saper far di conto è indispensabile imparare a memoria le tabelline ovvero conoscere la tavola pitagorica.⁷

⁷ In ambiente scolastico, ogni riga o colonna della tavola pitagorica è chiamata anche tabellina. Per esempio, la terza riga, o colonna, è detta *la tabellina del tre*. In realtà l'attribuzione a Pitagora di questa tabella è dovuta ad un errore compiuto da un copista nel trascrivere l'*Ars Geometrica* di Boezio. Disegnò una *tabella di moltiplicazione* al posto di una *Mensa Pythagorica*, un abaco di aspetto molto simile, ma lasciò la dicitura *Tabula Pythagorica*. La prima tavola moltiplicativa di cui si abbia notizia è dovuta a Vittorino di Aquitania, verso il 450 dC. Dunque, la tavola di moltiplicazione che tutti noi conosciamo come *Tavola Pitagorica* non deve il suo nome né a Pitagora né ad alcuno dei suoi seguaci, bensì soltanto a un errore di trascrizione. Il primo a rilevare l'errore è stato Mannert nel 1801 (*De numerorum, quos Arabicos vocant, vera origine pythagorica*, Norimberga, 1801). Anche Guglielmo Libri, celebre matematico e bibliofilo dell'Ottocento, prese in considerazione tale errore, tant'è che nella sua tesi sull'origine delle nostre cifre menziona l'abaco pitagorico: *Note sur l'origine de nos chiffres et*

La costruzione di strumenti per computare è comune a tutti i popoli dell'antichità. I Fenici, gli Ebrei e poi i Greci, gli Etruschi e i Romani usavano come strumento di computazione il cosiddetto *abaco a polvere*.⁸ L'*abaco a lapilli*⁹ e l'*abaco a bottoni*¹⁰ erano usati successivamente dai Romani.

Nelle scuole claustrali medievali spagnole, per opera del teologo e matematico francese Gerberto (950-1003 d.C.), divenuto papa col nome di Silvestro II nel 999 si diffuse *Tavola Pitagorica* o *Arco Pitagorico*, questi gli altri nomi con i quali fu battezzato il nuovo abaco a colonne, che ebbe particolare diffusione nel medioevo. Il significato del nuovo abaco medioevale (*Mensa Pythagorea*) era mutato profondamente rispetto all'antico abaco romano, in quanto esso, oltre a fornire uno strumento di computazione, consentiva ormai di rappresentare un numero 'per mezzo di numerali', a meno dello zero, realizzando un notevole passo verso il trasferimento del principio di posizione dall'abaco alla rappresentazione scritta dei numeri.

Nel riprodurre successivamente il manoscritto dell'*Ars Geometrica* di Boezio, il copista, per errore, sostituì l'abaco neopitagorico con la comune tavola di moltiplicazione, di aspetto assai simile, conservando però per quest'ultima il nome di *Tavola Pitagorica*, che invece designava l'abaco neopitagorico.

I Greci non furono in grado di produrre un sistema di numerazione che i posteri avrebbero conservato e i Romani non erano interessati alla speculazione intellettuale e fornivano solo formule pratiche. Perciò scrivevano, ad esempio:

$$\text{MCMLXXVI} = 1000 + (1000 - 100) + 50 + 10 + 10 + 5 + 1 = 1976$$

Le cifre romane, come indicato dal numero precedente, significano sempre la stessa cosa, in qualsiasi posizione si trovino, ma non sono certo adatte al calcolo! Operazioni complicate come la moltiplicazione sono apparentemente impossibili. Per calcolare il prodotto tra XIV e XXIII, i Romani usavano un espediente abbastanza complicato:

⁸ *sur l'Abacus des Pythagoriciens* (Journ. De Mathématiques, T. IV, 1839, pp. 261-280). Tuttavia, ancor oggi si perpetua questo falso storico e si continua ad attribuire a Pitagora la paternità della tavola di moltiplicazione.

⁹ Una tavoletta rettangolare, di legno o di bronzo (chiamata *abak* dai Fenici, *avak* dagli Ebrei, *αβαξ* dai Greci, *apcar* dagli Etruschi, *abacus* dai Romani, termini che derivano tutti dall'antica parola fenicia *abak = polvere*). Sulla tavoletta, infatti, era incollata della polvere di colore verde (*pulvis hyalinus*) che permetteva di tracciare con una bacchetta (*radius*) simboli numerici e figure geometriche, utilizzando, così, come noi oggi usiamo la lavagna. I primi a costruire un abaco furono i Babilonesi, che intorno al V, IV sec. a.C. utilizzavano già uno strumento di marmo di forma rettangolare, su cui erano incisi due gruppi di undici linee verticali attraversate da una linea orizzontale.

¹⁰ Era costituito da una tavoletta rettangolare con scanalature parallele al lato minore, al di sopra delle quali erano impresse le lettere del sistema di numerazione romano, per indicare l'ordine delle unità al quale ciascuna scanalatura corrispondeva. Cominciando da destra, la prima scanalatura era quella delle unità frazionarie (non sempre presente), la seconda era dedicata alle unità semplici e sopra di essa figurava il numerale I, la terza era dedicata alle decine e aveva sovrainpresso il numerale X, la quarta scanalatura era quella delle centinaia e aveva il corrispondente numerale C, e così via. All'interno di ciascuna scanalatura, secondo i modelli di abaco che si susseguirono nel tempo, erano disposti tanti sassolini (*calculi*, da cui il termine calcolare) o dischetti (*abaculi*) o monetine (*denarii supputatorii*) quanti erano le unità di quell'ordine da rappresentare. Se in corrispondenza di ciascuna scanalatura, iniziando dalla prima a sinistra non vuota, si scrive il numerale romano corrispondente all'ordine delle unità della scanalatura tante volte quanti sono i *calculi* in essa contenuti, si ottiene la rappresentazione scritta del numero indicato dall'abaco, secondo il sistema di numerazione additivo romano. Il numero era, quindi, pensato come somma delle unità dei vari ordini.

¹¹ Si tratta di una lamina di bronzo recante nove scanalature parallele al lato minore divise in due parti da una linea orizzontale. Ciascuna scanalatura o alveolo della parte inferiore contiene quattro bottoni a forma di piccoli chiodi ribattuti nella parte posteriore (*claviculi umbellati o aerae*), ad eccezione della seconda che ne ha cinque. Le scanalature superiori, invece, hanno ciascuna un solo bottone, che vale il numero di bottoni della scanalatura inferiore maggiorato di uno: cinque bottoni per gli alveoli della parte intera (dal terzo al nono), sei bottoni per l'alveolo delle once (il secondo). Iniziando da destra, le prime due scanalature sono dedicate alle unità frazionarie. La prima è priva della parte superiore ed è divisa in tre parti dedicate alla *semuncia=1/2 uncia*, *sicilicus=1/4 uncia*, *sextula= 1/6 uncia*, la seconda è dedicata alle once (*uncia = 1/12 axis*), mentre le rimanenti sette si riferiscono alla parte intera del numero: unità semplici (*axis*), decine, centinaia, migliaia, decine di migliaia, centinaia di migliaia, milioni. Le successive scanalature dell'abaco sono dedicate rispettivamente alle unità semplici I, alle decine X, alle centinaia C, alle migliaia (I), alle decine di migliaia ((I)), alle centinaia di migliaia (((I))), ai milioni [M]. La rappresentazione di un numero era effettuata spostando, verso la linea di separazione fra le due parti dell'abaco, un numero di bottoni pari al numero di unità da rappresentare per ciascun ordine. Per esempio, il numero otto era rappresentato spostando verso la linea orizzontale, nella scanalatura delle unità semplici (la terza da destra), tre bottoni inferiori e quello superiore.

dimezzavano la prima cifra, tralasciando i resti e raddoppiavano la seconda, disponendo i risultati nel modo seguente:

XIV XXIII
VII XLVI
III XCII
I CLXXXIV

A questo punto, non restava che sommare le cifre della seconda colonna, che si trovano all'altezza dei numeri dispari della prima colonna. In questo caso:

$$XIV + XXIII = XLVI + XCII + CLXXXIV = CCXXII$$

Sembra un calcolo complicato ... e lo è davvero, anche se i Romani erano in grado di svolgere tutte le operazioni necessarie grazie all'utilizzo dell'abaco. L'abaco, inventato dai Romani, fu per millenni lo strumento di calcolo per eccellenza. Nel corso dei secoli, ne sono state elaborate diverse varianti, in una delle sue forme: una serie di aste di metallo, divise in due parti, una superiore più corta e una inferiore più lunga, da un listello. Nella parte superiore di ogni asta scorre una pallina di legno, in quella inferiore ne scorrono quattro.

L'asta più a destra rappresenta le unità, poi ci sono le decine, le centinaia... e così via. Ciascuna delle quattro palline della zona inferiore vale un'unità, mentre quella della zona superiore ne vale cinque. Per inserire una cifra, si spinge la pallina verso il listello centrale, per un numero di palline corrispondente alla cifra che si vuole rappresentare. Fino alla cifra 4 si spingono verso il centro le palline di valore 1, mentre per le cifre superiori al 4 si spinge per prima la pallina di valore 5, aggiungendo poi quelle di valore 1. I poveri Romani, oltre a usare l'abaco, si servivano anche di sassolini, i *calculi*: la nostra parola "calcolo" viene infatti dalla parola latina *calculus*, che vuol dire sassolino, che ancora oggi mantiene una traccia di questa origine: i calcoli renali, ad esempio, sono dei sassolini calcarei. Nel calcolo i Romani avevano già sviluppato una certa idea della posizione, come è dimostrato dall'abaco.

Ma già dal rinascimento e principalmente la stragrande maggioranza della gente, anche se analfabeta o con pochi anni di scuola elementare, riusciva a fare i conti anche più complessi, cioè moltiplicazioni e divisioni, velocemente semplicemente usando delle guide a tabelle stampate su libricini, i cosiddetti prontuari. Per la vendita del grano o di altri prodotti agricoli o artigianali, o per l'acquisto di altri prodotti usando la tabella si ottenevano risultati precisi. Per esempio, un contadino che aveva comprato o venduto 12 quintali o altra misura di aridi (tomolo) di grano a 25 lire al quintale, eseguiva queste operazioni immediatamente andando a pagina 12 e vedendo vicino al numero 25, in corrispondenza del quale vi è il numero 300 che rappresenta la spesa o il guadagno; nel caso di acquisto o vendita a 25 centesimi, il risultato finale è di lire 3; nel caso di acquisto o vendita a lire 2,50 il risultato è di lire 30; nel caso di più prodotti bastava fare la somma totale tra le spese e i guadagni. Un altro esempio è quello di un contadino che aveva comprato o venduto 13 quintali di grano per un totale di lire 611. Volendo calcolare la spesa o il guadagno al quintale si considera nella pagina 13 il numero 611, alla sinistra del quale c'è il numero 47 che rappresenta la spesa o il guadagno al quintale. Le Tabelle e i Prontuario dei conti fatti sono stati molti e redatti in diverse edizioni e formati, questi erano singolari manualetti stampati nei tempi passati per rendere accessibili a chicchessia, anche a chi non aveva le più elementari nozioni di aritmetica, i prodotti fra i numeri naturali più comuni, i conti facili, i rapporti tra vari sistemi di misura, di valore delle monete, di interessi e di cambio. Le edizioni avevano sempre una avvertenza sul modo di adoperare il prontuario. Oggi questi conti farebbero ridere anche un bambino, ma a quei tempi i suddetti prontuari rappresentavano delle scorciatoie per risolvere in breve le operazioni matematiche.

Prontuario dei conti fatti, Casa Editrice Bietti Milano 1951,

Benaglia Bartolomeo, *Regole infallibili e facili per far conti*, per il Rizzardi, Brescia, 1704; Vittorio Saraceno, *Trattato aritmetico-pratico o sia conti fatti di tutto cio', che possa occorrere tanto in vendere, quanto in comprare si a peso, numero e misura ... li calcoli degli interessi o proventi con la loro fissazione di tempo in tempo stabilita ... li conti fatti del salario dovuto alli servi di campagna oltre la notizia de pesi e misure di Piemonte Sardegna, Monferrato, Alessandria Lomellina, Toscanelli, Torino, 1782. pp. XXXVIII + 632 con molte tavv. sinott.*; Carlo Maria Toscanelli, *Trattato aritmetico-pratico o sia conti fatti*, presso Ignazio Soffietti, Torino, 1786, "pp.597+ 25 appendice - (tutto cio' che possa occorrere tanto in vendere , quanto in comprare si a peso, numero, o misura, che in qualsivoglia altro metodo, ed a qualsiasi sorta di monete, compresi li calcoli degli interessi, o proventi, con la loro fissazione di tempo in tempo stabilita ecc - allegato al volume troviamo l'edizione: impronti,peso e valore delle monete d'oro e d'argento correnti negli stati di S.S.R.M. il Re di Sardegna di qua del mare); *Tariffa generale o siano conti fatti per qualunque sorta di cose a rubbi, libbre, ed oncie, aune, o rasi, od emine, o qualunque altra cosa a numero, a peso, e misura*, Dopo le edizioni date al pubblico nel 1758, 1783, 1799, 1806, e 1817 di questa non leggier fatica qual fu in ogni tempo di singular vantaggio e comodo ne' giornalieri usi del commercio, editore Carlo Fontana vicino a S. Paolo, Torino, 1826, pp. 384; *Conti fatti a lire e centesimi per qualunque sorta di oggetti*, tipografia libreria Canpari, Torino, 1840; Abbate Sebastiano, *Conti fatti, etichetta metrica universale per qualunque genere di merce a qualunque quantità e prezzo*, Torino, Fory e Dalmazzo, 1850, pp. 300; Maroja Maurizio, *Conti fatti, ragguglio fra le misure ed i pesi della divisione amministrativa di Novara ed i metrico decimali compilati per ordine dell'Ufficio d'Intendenza generale di Novara, premessavi una breve istruzione sul modo di servirsi delle tavole riduttive*, tip. Martinengo e Giuseppe Nanni, Casale, 1850, pp. 179, con 162 tabelle; *Conti fatti da saccoccia in lire, centesimi, pesi, misure ecc. Nuova edizione coll'aggiunta della tariffa delle valute, le fiere estere principali, quelle dello stato ed i mercati*, Domenico Tagliaferri, Piacenza, 1859, pp. 128; *Tabelle di ragguglio del peso bolognese e del romano col metrico e viceversa. Con tavole ed esempi per facilitarne i conteggi aggiuntovi Uno specchio comparato di tutte le Misure Metriche colle Bolognesi*, Bologna, Zanichelli, 1874, pp. 22; *Conti fatti ovvero modo di moltiplicare dal 1 al 10000. Prontuario utilissimo ad ogni persona, per fare al momento qualunque conto*, Milano, stab. Ripamonti Carpano, 1880, pp.128; Gherzi Italo, *Conti e calcoli fatti, 93 tabelle ed istruzioni pratiche sul modo di usarle*, ed. Hoepli, Milano, 1901, pp. 64; *Tavole dei conti fatti col modo d'adoperarle in lire e centesimi, pesi, misure metriche e lineari, moduli per cambiali, ed altre aggiunte a comodo delle persone d'affari*, Codogno dalla tipografia Cairo; E. Quaio, *Raccolta di calcoli fatti*, Urlico Hoepli, Milano 1910; *Il contabile per tutti, prontuario dei conti fatti*, ed. Sonzogno biblioteca del popolo n. 88, 1936, pp. 64; *Prontuario dei conti fatti, principali fiere d'Italia*, casa ed. Bietti, Milano, 1938, pp. 128; *Libro dei conti fatti*, Casa editrice A. Salani, 1939; *Prontuario dei conti fatti*, 1948; Morelli Enrico, *Il contabile per tutti, prontuario dei conti fatti*, Milano, Sonzogno, 1950, pp. 63; Agostino Arani, *Tavole per calcolo dei montanti, dei valori attuali e delle annualità all'interesse composto*, ed. Signorelli, 1955, p. 24.



**PURO
ESTRATTO DI CARNE
LIEBIG**

GENUINO soltanto se ogni vaso
porta la *J. Liebig* in
forma inchiostro
azzurro
attraverso l'etichetta

LA MOLTIPLICA E LA DIVISIONE

I CONTI FATTI

Prontuario indispensabile per ottenere
con celerità e precisione il prodotto
di una moltiplica od il quoziente di
una divisione.

OMAGGIO
della Compagnia
LIEBIG

IV

ESEMPIO:

Moltiplicazione.

Se avete venduto o comperato 22 metri di panno per 48 centesimi al metro, cercate alla pagina 22 il numero 48 che si trova nella terza colonna, e di fronte al detto numero troverete 1056 il che equivale a lire 10,56 importo dell'articolo venduto o comperato.

Se il detto panno, invece di valere 48 centesimi vale 4 lire ed 80 centesimi (4,80), allora (sempre alla pagina 22) cercate il numero 4 alla prima colonna e vi troverete di fronte il numero 88 il che equivale a lire 88; dopo cercate nella stessa pagina il numero 80 nella quinta colonna e vi troverete 1760 centesimi, cioè lire 17,60. — Sommate:

lire	88,00
>	17,60
ed avrete lire	105,60 quale risultato della operazione.

Divisione.

Supponiamo che comperando o vendendo quintali di frumento 43, per lire 645, vogliate sapere il prezzo d'ogni quintale.

V

Cercate alla pagina 43 il numero 645, ed a sinistra dello stesso sarà il numero 15, prezzo d'ogni quintale.

Interesse e sconto.

In altre Tavole (da pag. 114 a pag. 124) sono raccolti i valori d'interesse (e sconto) del 3, 4, 5, 6, 7, e 8% per una Lira e per ciascuno dei 360 giorni dell'anno commerciale. Si può, dalle singole colonne dedurre l'interesse (o sconto) del 3 1/2, 4 1/2, 5 1/2, 6 1/2, 7 1/2, 8 1/2% aggiungendo ai singoli valori del « per cento » intero il corrispondente dell'ultima colonna (0,50%).

Così p. es. se il 7% per giorni 185
è 0,0360010
aggiungendo 0,0023715
cioè la cifra corrispondente al
1/2 % per giorni 185, si avrà 0,0383725 =
= 7 1/2 % per giorni 185 di interesse (o sconto)
per una lira.

Tanti sono gli usi a che può servire il presente libretto che troppo lungo sarebbe il dettagliarli qui. Dopo averlo usato il commerciante ne troverà non piccola la utilità ed il risparmio di tempo ne' suoi calcoli, e ciò che più vale, l'esattezza, che è indispensabile in fatto di conti.

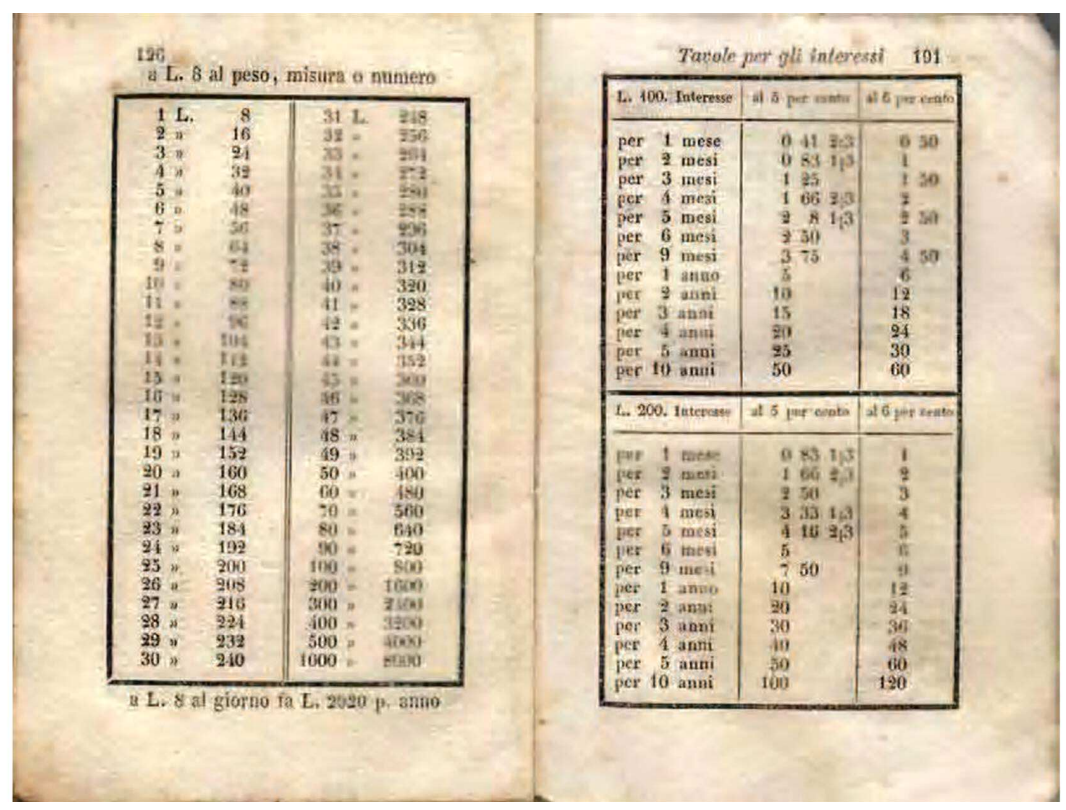
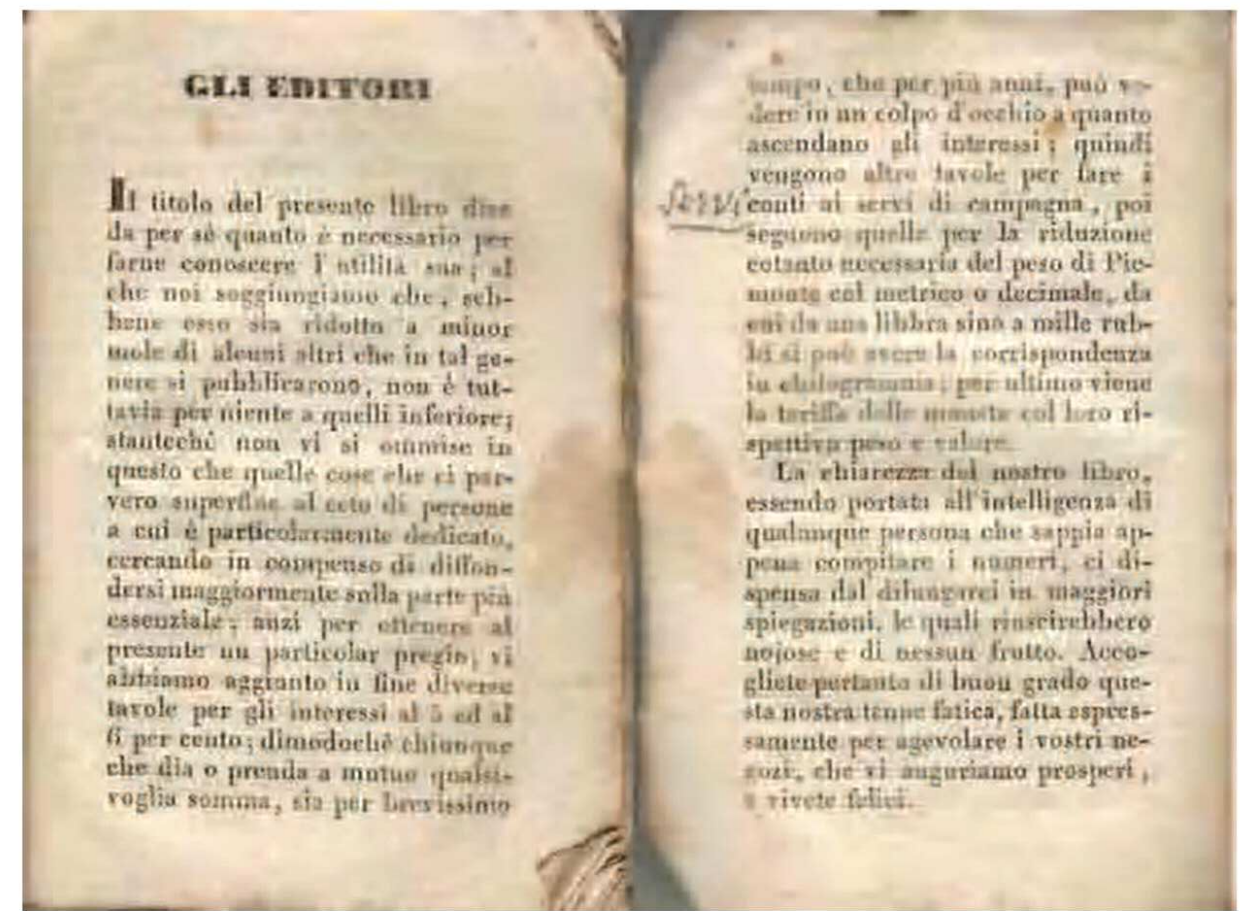
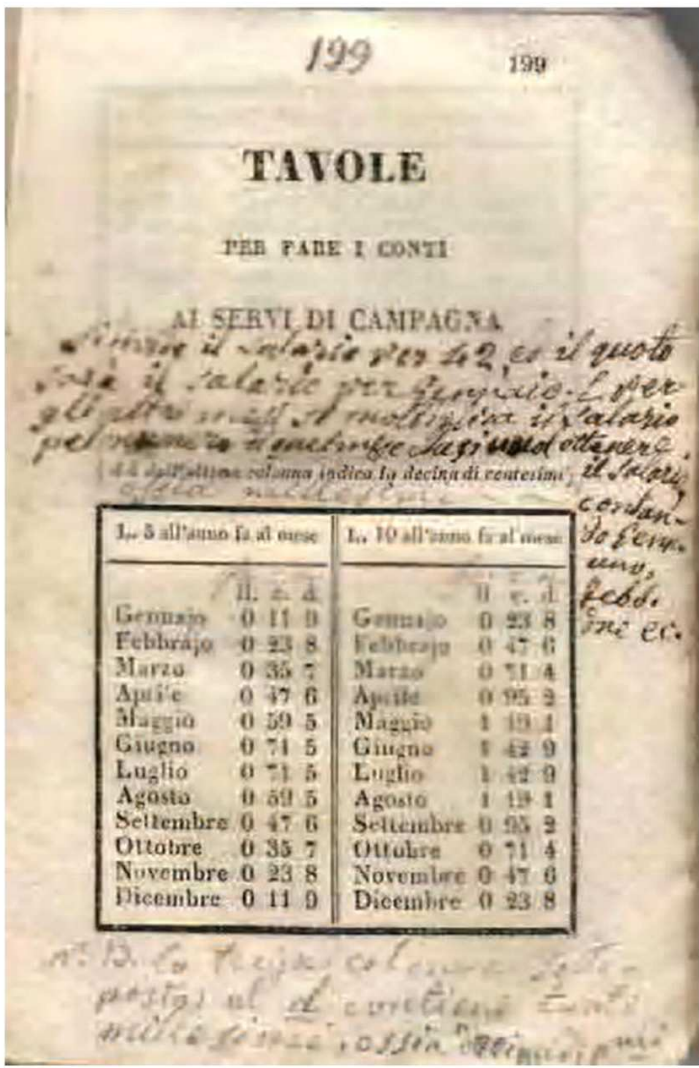
NORME

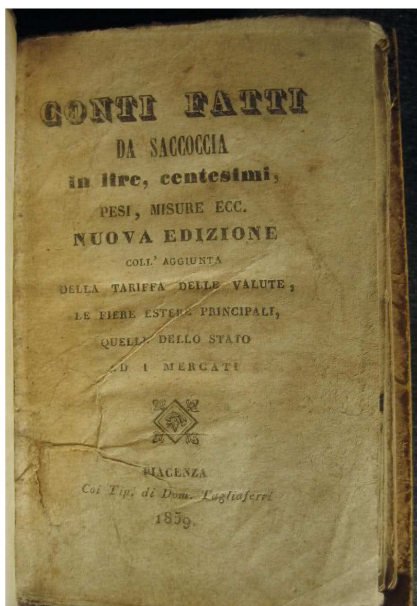
PER
L'USO DI QUESTO PRONTUARIO

Per facilmente usare il *Prontuario dei conti fatti* e trovare il conto esatto di qualunque articolo da venderci o da comperarsi, occorre osservare le seguenti regole:

Qualunque sia l'articolo da comperarsi o da venderci, panno, vino, frumento, ecc., (siano ad esempio, 10 chilogrammi, metri, ecc.), è necessario cercare alla pagina 10; — se sono 15 alla pagina 15, e così via collo stesso metodo tenendo sempre per base il numero che è in testa d'ogni pagina per la quantità dell'articolo da venderci o da comperarsi.

2				3				
1	—	2	35	—	70	69	—	138
2	—	4	36	—	72	70	—	140
3	—	6	37	—	74	71	—	142
4	—	8	38	—	76	72	—	144
5	—	10	39	—	78	73	—	146
6	—	12	40	—	80	74	—	148
7	—	14	41	—	82	75	—	150
8	—	16	42	—	84	76	—	152
9	—	18	43	—	86	77	—	154
10	—	20	44	—	88	78	—	156
11	—	22	45	—	90	79	—	158
12	—	24	46	—	92	80	—	160
13	—	26	47	—	94	81	—	162
14	—	28	48	—	96	82	—	164
15	—	30	49	—	98	83	—	166
16	—	32	50	—	100	84	—	168
17	—	34	51	—	102	85	—	170
18	—	36	52	—	104	86	—	172
19	—	38	53	—	106	87	—	174
20	—	40	54	—	108	88	—	176
21	—	42	55	—	110	89	—	178
22	—	44	56	—	112	90	—	180
23	—	46	57	—	114	91	—	182
24	—	48	58	—	116	92	—	184
25	—	50	59	—	118	93	—	186
26	—	52	60	—	120	94	—	188
27	—	54	61	—	122	95	—	190
28	—	56	62	—	124	96	—	192
29	—	58	63	—	126	97	—	194
30	—	60	64	—	128	98	—	196
31	—	62	65	—	130	99	—	198
32	—	64	66	—	132	100	—	200
33	—	66	67	—	134	200	—	400
34	—	68	68	—	136	500	—	1000





1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50

PESI
L'unità di peso è la Libbra...
Venticinque Libbre fanno un peso...
Il rapporto della Libbra al Carogramma...
logram. corrispondono esattamente a centomila Libbre piacentine.

Pesi	Chilogr.	Decagr.	Grammi	Decigr.	Pesi	Chilogr.	Decagr.	Grammi	Decigr.
1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
2	0	0	0	0	2	0	0	0	0
3	0	0	0	0	3	0	0	0	0
4	0	0	0	0	4	0	0	0	0
5	0	0	0	0	5	0	0	0	0
6	0	0	0	0	6	0	0	0	0
7	0	0	0	0	7	0	0	0	0
8	0	0	0	0	8	0	0	0	0
9	0	0	0	0	9	0	0	0	0
10	0	0	0	0	10	0	0	0	0
11	0	0	0	0	11	0	0	0	0
12	0	0	0	0	12	0	0	0	0
13	0	0	0	0	13	0	0	0	0
14	0	0	0	0	14	0	0	0	0
15	0	0	0	0	15	0	0	0	0
16	0	0	0	0	16	0	0	0	0
17	0	0	0	0	17	0	0	0	0
18	0	0	0	0	18	0	0	0	0
19	0	0	0	0	19	0	0	0	0
20	0	0	0	0	20	0	0	0	0
21	0	0	0	0	21	0	0	0	0
22	0	0	0	0	22	0	0	0	0
23	0	0	0	0	23	0	0	0	0
24	0	0	0	0	24	0	0	0	0
25	0	0	0	0	25	0	0	0	0
26	0	0	0	0	26	0	0	0	0
27	0	0	0	0	27	0	0	0	0
28	0	0	0	0	28	0	0	0	0
29	0	0	0	0	29	0	0	0	0
30	0	0	0	0	30	0	0	0	0
31	0	0	0	0	31	0	0	0	0
32	0	0	0	0	32	0	0	0	0
33	0	0	0	0	33	0	0	0	0
34	0	0	0	0	34	0	0	0	0
35	0	0	0	0	35	0	0	0	0
36	0	0	0	0	36	0	0	0	0
37	0	0	0	0	37	0	0	0	0
38	0	0	0	0	38	0	0	0	0
39	0	0	0	0	39	0	0	0	0
40	0	0	0	0	40	0	0	0	0
41	0	0	0	0	41	0	0	0	0
42	0	0	0	0	42	0	0	0	0
43	0	0	0	0	43	0	0	0	0
44	0	0	0	0	44	0	0	0	0
45	0	0	0	0	45	0	0	0	0
46	0	0	0	0	46	0	0	0	0
47	0	0	0	0	47	0	0	0	0
48	0	0	0	0	48	0	0	0	0
49	0	0	0	0	49	0	0	0	0
50	0	0	0	0	50	0	0	0	0

TARIFFA DELLE MONETE
per le Casse pubbliche, ed il
corso plateale. (al 20 Novembre 1858).

	Tar.	Plat.
ORO	L. C. L. C.	L. C. L. C.
Doppia di Parma	21 92 25	20 80
detta di Savoia	20 50 30	80
detta di Roma	17 14 10	20
detta di Genova	78 96 96	80
detta di Milano	—	21 70
Quadrupla di Spagna	80 67 90	60
detta del Messico	—	50 60
Pezzetta d'Oro	5 10 5	60
Pezzo da 20 Franchi	20 —	22 —
Sovrano vecchio e nuovo	35 13 38	20
Ruspone	56 —	58 90
Luigi	25 69	24 80
Zecchino Veneto e Gigliato	12 —	12 40
detti diversi	—	12 20

PIERE ESTERE PRINCIPALI

GENNAIO — Il 17 a Londra Il 21
e 18 ad Erba — Il 22 a Desenzano
FEBBRAIO — Il 3, 4, 5 a Magenta
— Il 9 ad Asolo
MARZO — Il 24 e 25 a Caravaggio
— Il 17, 18 e 19 a Vigevano
— Il 24 a Chignolo — Il 24 a
Verona e dura ventun giorni. Il 25
e 26 a Varallo. — Il 28, 29 e 30 a
Desenzano
MAGGIO — Il 25 e 26 a Caravaggio
GIUGNO — Il 2 e 3 a Gorgonzola — Il 2

MERCATI DELLO STATO

LOMBARDIA — A Bagnone - Bardi -
Bastardo - Borgonovo - Borgotaro -
Castel Arquato - Casio da
San Martino al Carnesale - Langhi-
gano - Nozzo - Sals - Soragna.
MARCHE — A Basseto - Colmano -
Compiano - Coriglio - Ferrare -
Favoso - Nibiano - Ponte dell'Olivo -
Salomaggiore.
MARONZI — A Borgo San Don-
ato - Calcinato - Carpano - Corte-
Franca - Felizzano - Parma -
San Secondo - Traversetolo - Pieve
di Besci.

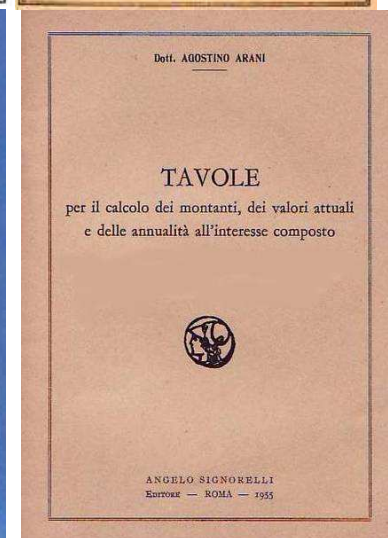
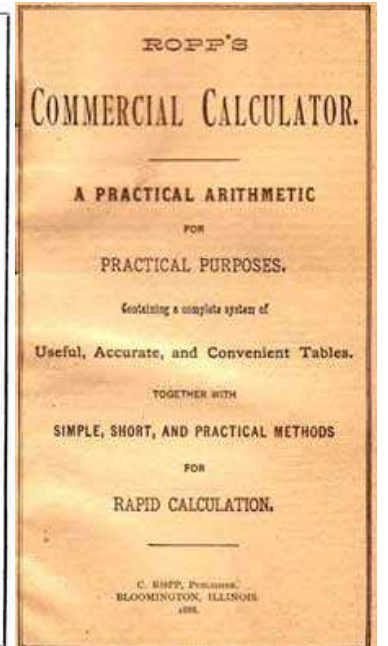
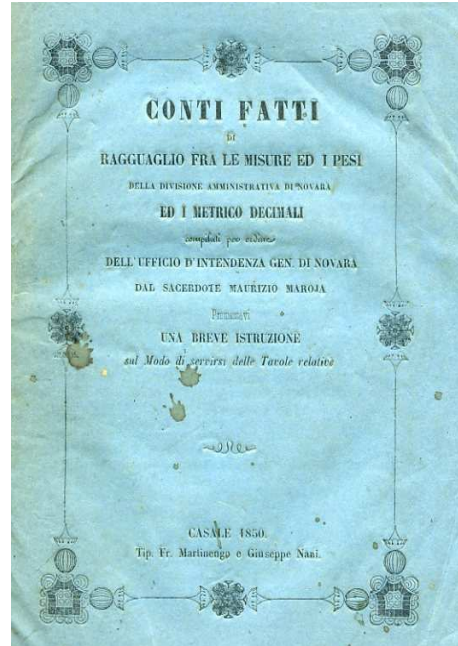




Tavola moltiplicatrice, pubblicità della Ferro China Bisleri - Anni 1920-30



LE TAVOLE

DE' QUATTRO POSTULATI
ARITMETICI

INVENZIONE

DI

ANTONIO DEL GIUDICE

DI

S. MARCO IN LAMIS.

LE TAVOLE

DE' QUATTRO POSTULATI DELLA SOMMA ; DELLA
SOTTRAZIONE , DELLA MOLTIPLICA , E DELLA DIVI-
SIONE DE' NUMERI SEMPLICI AD IMITAZIONE DI PIT-
TAGORA , CHE DIEDE LA SOLA TAVOLA DEL POSTU-
LATO DELLA MOLTIPLICA.

INVENZIONE

di

ANTONIO DEL GIUDICE

DI

S. Marco in Lamis.

FOGGIA

Dalla Tipografia di *Giacomo Russo.*
1835.



Pittagora a fine di un' istruzione all' uopo conobbe certamente quel bisogno di dover collocare in tante diverse cellette, come appunto si vedono rappresentate nella sua tavola detta pittagorica, tutt' i prodotti de' numeri semplici. Noi altri esaminando benanche un tal bisogno abbiamo conosciuto esser cosa al pari necessaria, e lodevole di fare lo stesso per la somma, per la sottrazione, e per la divisione. Quindi è avvenuto, che si sono da noi a tal fine inventate le tavole che quì chiaramente si espongono. Intanto evvi ad osservare, che Pittagora usa la sua tavola della moltiplica anche per la divisione, però de' soli prodotti de' numeri

semplici; ma per la divisione de' numeri intermedj a questi prodotti, e di quegli altri fino ad 89 non può, quantunque la bisogna in ciò il richiedesse essenzialmente, non può, dicesi, in niun modo usarla.

Ora la nostra tavola della divisione adempisce non solamente a tutto ciò estesamente, e perfettamente; ma in un modo più chiaro, più spedito, e più bello, che nella tavola pittagorica s' insegna, esiegue benanche la moltiplica di essi numeri semplici. Sicchè le nostre tre tavole con tutta soddisfazione, e compiutamente valgono quattro tavole; quanto appunto sono i postulati delle quattr' operazioni principali de' numeri semplici. In conseguenza chi tanto stima, ed onora la tavola pittagorica, egli ancora si compiaccia similmente delle nostre.

Addio.

5
LE TAVOLE

DE' QUATTRO POSTULATI DELLA SOMMA, DELLA
SOTTRAZIONE, DELLA MOLTIPLICA, E DELLA
DIVISIONE DE' NUMERI SEMPLICI.

—•••••—
TAVOLA I.
DELLA SOMMA

Quand' occorre far uso di questa tavola da sommare i numeri semplici, uno se ne prende nella prima serie verticale AB, e l'altro nella prima serie orizzontale BC. Di poi si scende per la serie verticale, che procede dal numero preso nella serie orizzontale; e si scorre per la serie orizzontale, che pur procede dal numero preso nella serie verticale: la celletta ove queste due serie vanno ad incontrarsi, contiene appunto la somma cercata. Così il numero 18. somma de' numeri semplici 9, e 9, si ha nella celletta ove le due serie procedendo dai due 9 s' incontrano. Similmente si avrà ogni altra somma de' numeri semplici. E si passi alla seconda.

6
TAVOLA II.
DELLA SOTTRAZIONE.

Volendosi far uso di questa tavola della Sottrazione de' numeri semplici, e degli stessi quando si aggiunge ad essi la decina, si opera come siegue. Il numero maggiore si prende nella serie orizzontale CD, ed il minore si prende nella serie verticale AC. Di poi scorrendo verticalmente dal numero preso nella serie orizzontale lungo appunto la serie verticale da quello procedente, e scorrendo poi orizzontalmente lungo la serie orizzontale, che procede dal numero preso nella serie verticale, si osservi ove le due serie procedenti da questi due numeri vanno ad incontrarsi: e sarà la celletta ove evvi l'incontro quella, che contiene il residuo della sottrazione. Così, volendosi sottrarre il 9 dal 9 istesso si ha il residuo 0; ed esso si vedrà già registrato in quella celletta ove vanno ad incontrarsi le due serie, una verticale procedente dal numero preso nella serie orizzontale e l'altra orizzontale procedente dal numero preso nella serie verticale. Lo stesso si osserverà nel

volersi sottrarre qualunque altro numero semplice dall' altro maggiore di esso.

Quando poi i numeri semplici, e lo zero istesso della prima serie orizzontale si uniscono alla decina, il residuo allora si ha in una delle cellette oscurate ove appunto, come nel caso primo, le due serie procedenti dai numeri dati vanno ad incontrarsi. Così, volendo sottrarsi il 9 dal 10, o sia dallo 0 della serie prima orizzontale CD unito alla decina, il residuo è 1: e questo già è registrato in quella celletta oscurata ove avviene l'incontro di quelle due serie procedenti, come nel caso primo, dai numeri dati. Così si può sperimentare degli altri numeri, che in quest' altro caso si vogliono dare. E si passi alla terza.

TAVOLA III. DELLA DIVISIONE.

Il significato di questa tavola è il seguente. La I. tavoletta insegna in quali numeri entrano una volta i numeri semplici; la II. tavoletta fa conoscere ove gli stessi en-

trano due volte; la III. ove entrano tre volte; ove quattro volte la IV; ove cinque volte la V.; ove sei la VI; ove sette la VII; ove otto l' VIII, ed ove nove la IX. La prima celletta a sinistra della prima serie orizzontale in ciascuna tavoletta, e che è oscurata, contiene il numero delle volte, che i numeri semplici entrano ne' numeri segnati nelle cellette di quella tavoletta. Intanto per venire in cognizione delle operazioni, che le tavolette insegnano si agisce in questo modo. Il divisore in ciascuna tavoletta è uno de' numeri semplici registrato in ciascuna celletta della prima serie orizzontale: il dividendo di ciascuno de' numeri semplici è in una di quelle cellette della serie verticale, che dal divisore procede. Se evvi sì, o nò avanzo; e quale sia questo, si osserva poi in una delle cellette della prima serie verticale a sinistra, termine di quella serie orizzontale che dal dividendo procede. Così nella tavoletta I. si osserva, che l' 1 divide una volta l' 1, e l' avanzo è 0, il 2 divide una volta il 2 senz' avanzo: e lo stesso 2 divide una volta il 3 coll' avanzo 1: le quali mancanze di avanzo, e questo avanzo 1 sono nelle cellette della serie

prima verticale a sinistra termini delle serie orizzontali, che dai dividendi 1. 2. 3. procedono: i dividendi poi sono nelle cellette delle serie verticali, che dai divisori van procedendo; e i divisori finalmente si vedono registrati nelle cellette della prima serie orizzontale. Nella stessa tavola poi si osserva, che il 9 divide una volta il 17, e l'avanzo è 8. Nello stesso modo si vedrà nella tavoletta II., che il 9 entra due volte nel 26, e l'avanzo è 8: nella tavoletta III. lo stesso 9 in 35 entra tre volte, e l'avanzo è 8. Così si può vedere degli altri numeri in ciascuna tavoletta registrati.

Siccome la tavoletta pitagorica imperfettamente serve in quel dato modo anche per la divisione; così la nostra tavola della Divisione serve poi perfettamente anche per la Moltiplicazione. In fatti dati i due numeri da moltiplicarsi, uno se ne prende in una delle cellette oscurate, e l'altro lungo la prima serie orizzontale, che dalla celletta oscurata procede; e si osserverà in ciascun caso, che il prodotto è sempre nella celletta al di sotto del numero in cui si moltiplica quel numero della celletta oscura-

Tavola I. della Somma.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
9	10	11	12	13	14	15	16	17	18

Tavola II. della Sottrazione.

	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
1	8	7	6	5	4	3	2	1	0	9
2	7	6	5	4	3	2	1	0	9	8
3	6	5	4	3	2	1	0	9	8	7
4	5	4	3	2	1	0	9	8	7	6
5	4	3	2	1	0	9	8	7	6	5
6	3	2	1	0	9	8	7	6	5	4
7	2	1	0	9	8	7	6	5	4	3
8	1	0	9	8	7	6	5	4	3	2
9	0	9	8	7	6	5	4	3	2	1

Tavola Terza della Divisione.

I.										II.									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90

III.										IV.									
3	4	5	6	7	8	9	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2
3	4	5	6	7	8	9	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	12	18	24	30	36	42	48	54	60	5	12	18	24	30	36	42	48	54	60
6	16	24	32	40	48	56	64	72	80	6	16	24	32	40	48	56	64	72	80
7	21	30	39	48	57	66	75	84	93	7	21	30	39	48	57	66	75	84	93
8	24	36	48	60	72	84	96	108	120	8	24	36	48	60	72	84	96	108	120
9	27	42	57	72	87	102	117	132	147	9	27	42	57	72	87	102	117	132	147

V.										VI.									
5	6	7	8	9	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2	3	4
5	6	7	8	9	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2	3	4
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90

VII.										VIII.									
7	8	9	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2	3	4	5	6
7	8	9	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2	3	4	5	6
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	21	30	39	48	57	66	75	84	93	9	21	30	39	48	57	66	75	84	93
0	24	36	48	60	72	84	96	108	120	0	24	36	48	60	72	84	96	108	120
1	27	42	57	72	87	102	117	132	147	1	27	42	57	72	87	102	117	132	147
2	30	48	66	84	102	120	138	156	174	2	30	48	66	84	102	120	138	156	174
3	33	54	78	102	126	150	174	198	222	3	33	54	78	102	126	150	174	198	222
4	36	60	96	128	168	208	248	288	328	4	36	60	96	128	168	208	248	288	328
5	39	66	114	156	204	252	300	348	396	5	39	66	114	156	204	252	300	348	396
6	42	72	126	174	234	294	354	414	474	6	42	72	126	174	234	294	354	414	474
7	45	78	138	192	264	336	408	480	552	7	45	78	138	192	264	336	408	480	552
8	48	84	150	216	294	378	462	546	630	8	48	84	150	216	294	378	462	546	630
9	51	90	162	234	324	420	516	612	708	9	51	90	162	234	324	420	516	612	708

IX.

0	9	18	27	36	45	54	63	72	81
1		19	28	37	46	55	64	73	82
2			29	38	47	56	65	74	83
3				39	48	57	66	75	84
4					49	58	67	76	85
5						59	68	77	86
6							69	78	87
7								79	88
8									89

Tavola Terza della Divisione.

I.										II.										III.									
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	0	3	6	9	12	15	18	21	24	27
1										1										1									
2										2										2									
3										3										3									
4										4										4									
5										5										5									
6										6										6									
7										7										7									
8										8										8									
IV.										V.										VI.									
0	4	8	12	16	20	24	28	32	36	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	0	6	12	18	24	30	36	42	48	54
1										1										1									
2										2										2									
3										3										3									
4										4										4									
5										5										5									
6										6										6									
7										7										7									
8										8										8									
VII.										VIII.										IX.									
0	7	14	21	28	35	42	49	56	63	0	8	16	24	32	40	48	56	64	72	0	9	18	27	36	45	54	63	72	81
1										1										1									
2										2										2									
3										3										3									
4										4										4									
5										5										5									
6										6										6									
7										7										7									
8										8										8									



Prezzo grana 20